



Olimpiada Nacional de Geometría

M O R E O U C H I A N D S O N S



NIVEL 2

JULIO ORIHUELA BASTIDAS

INSTRUCCIONES

- En las primeras 15 preguntas debe rellenar en el círculo con lápiz su alternativa. La calificación es 10 puntos las correctas y -2 puntos las incorrectas

☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------

- Las preguntas del 16 al 20 escribir de forma clara su respuesta, la calificación es 20 las correctas y no hay puntos en contra.

16	
17	
18	
19	
20	

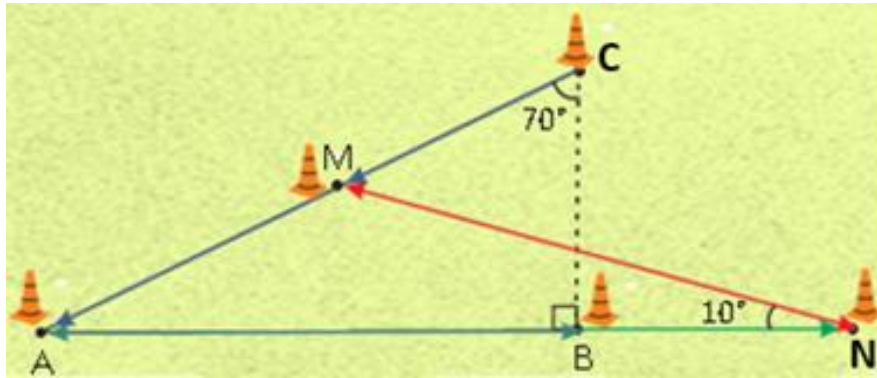
- La duración de la prueba será 120 minutos, si entrega antes verifique que le pongan la hora correcta en el sobre.

HORA DE ENTREGA:

LISTA DE PROBLEMAS

Problema 1

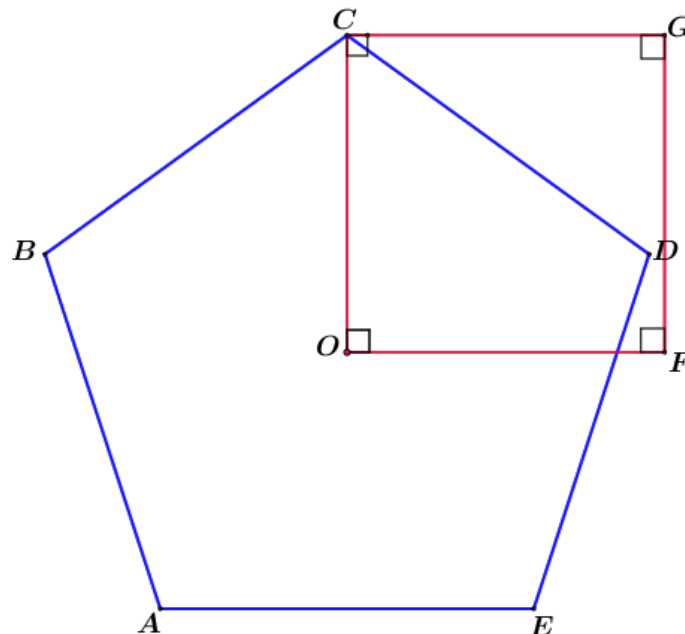
En un campo deportivo de entrenamiento de fútbol se colocan 5 conos, donde el cono ubicado en M está a igual distancia de los conos ubicados en A y C , como se muestra en la figura. Si a ritmo de entrenamiento al recorrer 90 m se pierde 10 calorías, la distancia entre los conos ubicados en A y C es 12 m, ¿cuántas calorías se pierde al recorrer $\overline{BN}$ 9 veces?



A) 9 cal	B) 8 cal	C) 6 cal	D) 7 cal	E) 10 cal
----------	----------	----------	----------	-----------

Problema 2

Si $ABCDE$ es un pentágono regular de centro O y $COFG$ es un cuadrado que interseca a $\overline{ED}$; entonces $m\angle FAD$ es:



A) 10°	B) 18°	C) 15°	D) 9°	E) $11,25^\circ$
---------------	---------------	---------------	--------------	------------------

Problema 3

Sea el triángulo ABC ($AB < BC$), M es punto medio de $\overline{AC}$ y P la proyección de C a la bisectriz de $\angle ABC$. Si $AB = a$ y $BC = b$, calcule PM

A) $b - a$	B) $\frac{a+b}{2}$	C) $\frac{2a+b}{2}$	D) $\frac{2a-b}{2}$	E) $\frac{b-a}{2}$
------------	--------------------	---------------------	---------------------	--------------------

Problema 4

En el triángulo ABC , se traza la ceviana interior BD , tal que $AB=DC$, $m\angle BAC = 40^\circ$ y $m\angle ABD = 60^\circ$. Calcule $m\angle ACB$

A) 20°	B) 30°	C) 40°	D) $22,5^\circ$	E) 37°
---------------	---------------	---------------	-----------------	---------------

Problema 5

En un triángulo ABC de incentro I , en la prolongación de $\overline{IB}$ se ubica el punto P tal que la prolongación de $\overline{AI}$ interseca perpendicularmente a $\overline{PC}$ en Q . Si $PB = 2(BI)$ e $IQ=6u$, entonces la longitud (en u) del inradio del triángulo ABC es:

A) 3	B) $3\sqrt{2}$	C) $2\sqrt{3}$	D) $\sqrt{3}$	E) 2
------	----------------	----------------	---------------	------

Problema 6

Sea W una circunferencia de centro O , se traza el segmento tangente AP a la circunferencia ($P \in W$). Sea B el punto de intersección de $\overline{AO}$ con W , en $\overline{OB}$ se ubica C y H es la proyección de C sobre $\overline{AP}$. Si $OC = CH = AB$. Calcule $m\angle OCP$

A) 60°	B) 120°	C) 90°	D) 72°	E) 108°
---------------	----------------	---------------	---------------	----------------

Problema 7

En un triángulo escaleno ABC , se traza la altura BH , en el triángulo BHC se traza la altura HP además si $\overline{PQ} \perp \overline{AB}$ (Q en $\overline{AB}$) tal que $\overline{PQ} \cap \overline{BH} = \{S\}$. Si el área de la región triangular ABC es $160u^2$ y $m\angle BCA = 60^\circ$, entonces el área (en u^2) de la región triangular PHS es

A) 90	B) 40	C) 30	D) 50	E) 80
-------	-------	-------	-------	-------

Problema 8

Sea el triángulo ABC , $AB=4$, $BC=6$ y $AC=5$, se ubica M en AC , tal que $m\angle ABM = 2m\angle MBC$. Calcule $m\angle AMB$

A) 30°	B) 36°	C) 45°	D) 60°	E) 72°
---------------	---------------	---------------	---------------	---------------

Problema 9

En un triángulo ABC de mediana BM , en $\overline{BC}$ y en la prolongación de $\overline{AB}$ se ubican los puntos N y H respectivamente. Si $AB=BN$ y $m\angle HBC = 2m\angle MBC$, entonces la $m\angle BMN$ es:

A) 60°	B) 120°	C) 72°	D) 90°	E) 108°
---------------	----------------	---------------	---------------	----------------

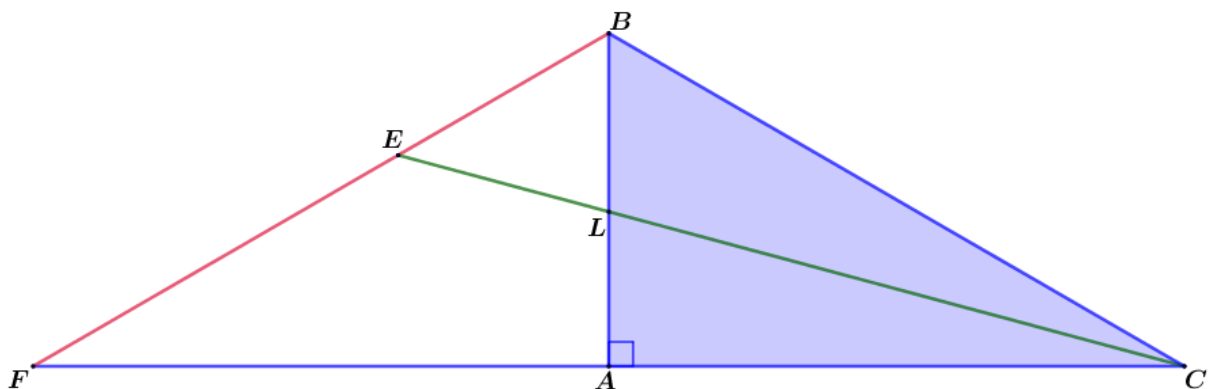
Problema 10

Sea ABC un triángulo acutángulo con circuncentro O y cuyo excentro opuesto al vértice A es I_A . Sea H el ortocentro del triángulo $I_A BC$. Si el cuadrilátero $BOCH$ es cíclico y $m\angle ABC = 63^\circ$, determine el valor de $m\angle ACB$

A) 72°	B) 81°	C) 63°	D) 60°	E) 75°
---------------	---------------	---------------	---------------	---------------

Problema 11

Se tiene el triángulo rectángulo ABC , recto en A , E es el excentro relativo a $\overline{AB}$, las prolongaciones de $\overline{BE}$ y $\overline{CA}$ se cortan en F y $\overline{CE} \cap \overline{AB} = \{L\}$. Si $CL = EF\sqrt{2}$, calcule $m\angle ACL$



A) $22,5^\circ$	B) 30°	C) 15°	D) $18,5^\circ$	E) $26,5^\circ$
-----------------	---------------	---------------	-----------------	-----------------

Problema 12

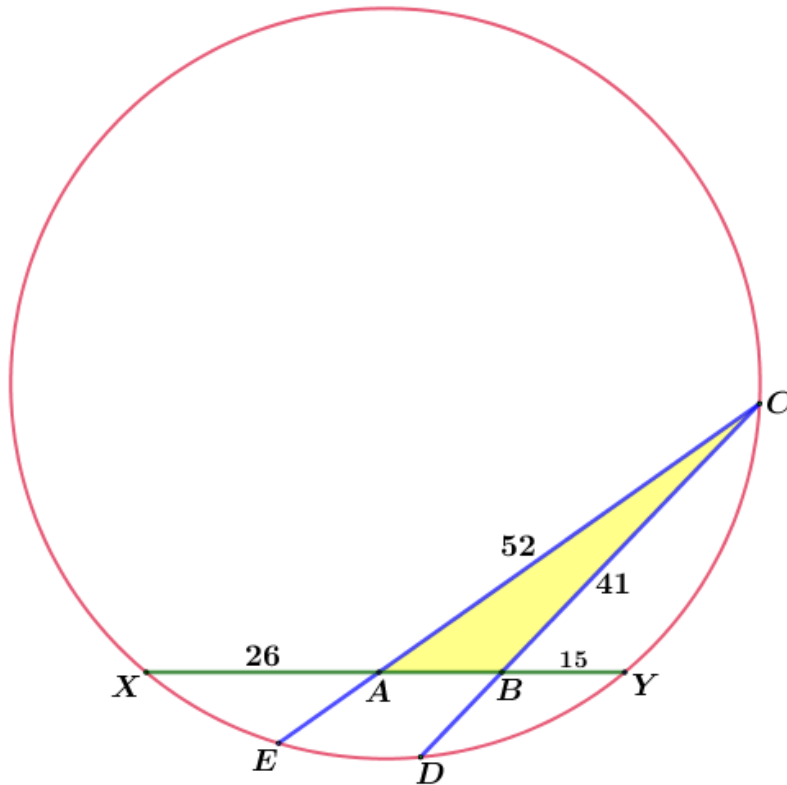
Sea ABC un triángulo tal que $AB = 8$, $BC = 9$ y $CA = 11$ cuyo incírculo es tangente a los lados BC y CA en D y E , respectivamente. La línea paralela a BC que pasa por A corta a la recta DE en P , la línea paralela a AC que pasa por B corta a la recta DE en Q . Las rectas AP y BQ se cortan en U y las rectas AQ y BP se cortan en V . Si la recta UV corta al segmento DE en W . Determine el valor de:

$$\frac{EW}{DW}$$

A) $\frac{30}{11}$	B) $\frac{11}{4}$	C) $\frac{25}{9}$	D) 3	E) $\frac{21}{8}$
--------------------	-------------------	-------------------	------	-------------------

Problema 13

En el gráfico, se sabe que $BC = 41$, $AC = 52$, $XA = 26$, $YB = 15$ y $AE = BD$, determine el área del triángulo ABC



A) 205	B) 225	C) 260	D) 240	E) 234
--------	--------	--------	--------	--------

Problema 14

Se tiene un triángulo equilátero ABC , en su región interior se ubica el punto D , tal que $DB = \sqrt{4 + 2\sqrt{2}}$, $DC = \sqrt{2} + 1$ y $m\angle CDB = 165^\circ/2$. Calcule AD .

A) $0,5^\circ$	B) 1	C) 1,5	D) 2	E) $\sqrt{2}$
----------------	------	--------	------	---------------

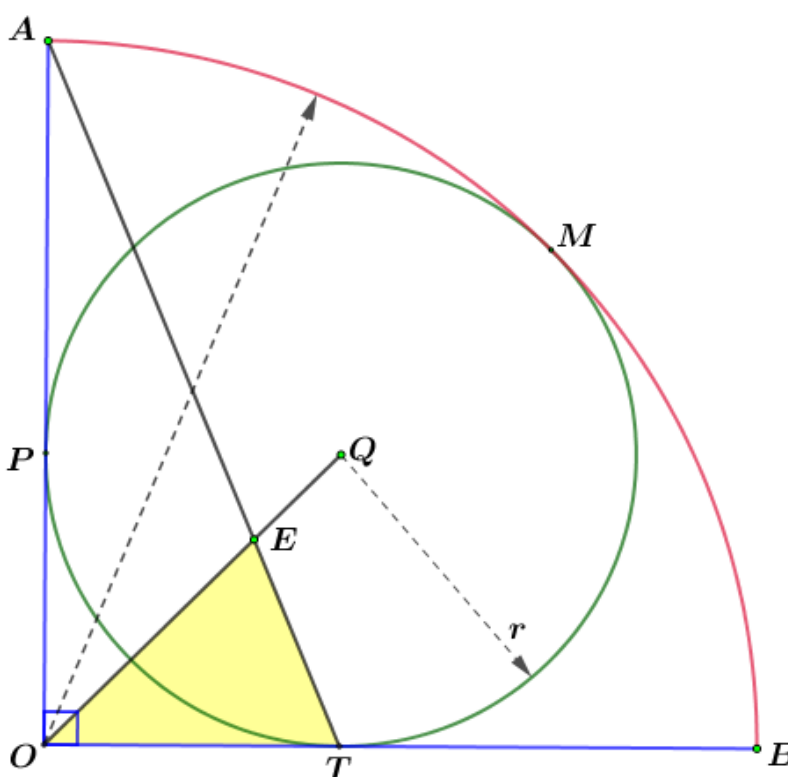
Problema 15

Sea el triángulo rectángulo ABC recto en B , donde E_C es excentro del triángulo ABC relativo a $\overline{AB}$. Donde P es la proyección de E_C sobre $\overline{AC}$, donde $m\angle CPB = 45^\circ$. Calcule $m\angle E_C CA$.

A) 15°	B) 18°	C) $22,5^\circ$	D) 30°	E) 37°
---------------	---------------	-----------------	---------------	---------------

Problema 16

En el gráfico, se muestra un cuadrante AOB de centro O , si P , T y M son puntos de tangencia y el área del círculo inscrito es $\pi\sqrt{72}$, calcule el área de la región triangular OET



Respuesta:

.....

Pregunta 17

Sea ABC un triángulo rectángulo de hipotenusa AC . Se ubica el punto F en el segmento BC de modo que AF es bisectriz del ángulo BAC , I es el incentro del triángulo ABC y E es un punto en el segmento AC de modo que AF es perpendicular a IE . Si $AB = 4$, $\frac{AI}{IF} = 43$ y la medida del segmento AE se puede expresar como $\frac{m}{n}$, donde m y n son enteros positivos coprimos. Calcule $m + n$.

Respuesta:

.....

Pregunta 18

Sea $ABCD$ un trapecio ($\overline{AD} \parallel \overline{BC}$) donde $AB = 3$, $BC = 7$, $CD = 5$ y $DA = 12$. Se ubican dos puntos X e Y de tal manera que $m\angle AXB = m\angle CYD = 90^\circ$. Hallar el máximo valor de $12(XY)^2$

Respuesta:

.....

Problema 19

Determine el mayor entero positivo n para el cual existe un polígono convexo de n lados con longitudes $1! + 20$; $2! + 20$; ...; $n! + 20$ en algún orden.

Respuesta:

.....

Problema 20

Sea $ABCD$ un paralelogramo con $AB > AD$. Supongamos que la relación entre las diagonales AC y BD es $\frac{AC}{BD} = 3$. Sea L_1 la recta simétrica a AD con respecto a AC y L_2 la recta simétrica a BC con respecto a BD . Si L_1 y L_2 se intersectan en P , encuentre la razón $\frac{PA}{PB}$.

Respuesta:

.....