



Olimpiada Nacional de Geometría

M O R E O U C H I A N D S O N S



NIVEL 3

JULIO ORIHUELA BASTIDAS

INSTRUCCIONES

- En las primeras 15 preguntas debe rellenar en el círculo con lápiz su alternativa. La calificación es 10 puntos las correctas y -2 puntos las incorrectas

☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------

- Las preguntas del 16 al 20 escribir de forma clara su respuesta, la calificación es 20 las correctas y no hay puntos en contra.

16	
17	
18	
19	
20	

- La duración de la prueba será 120 minutos, si entrega antes verifique que le pongan la hora correcta en el sobre.

HORA DE ENTREGA:

LISTA DE PROBLEMAS

Problema 1

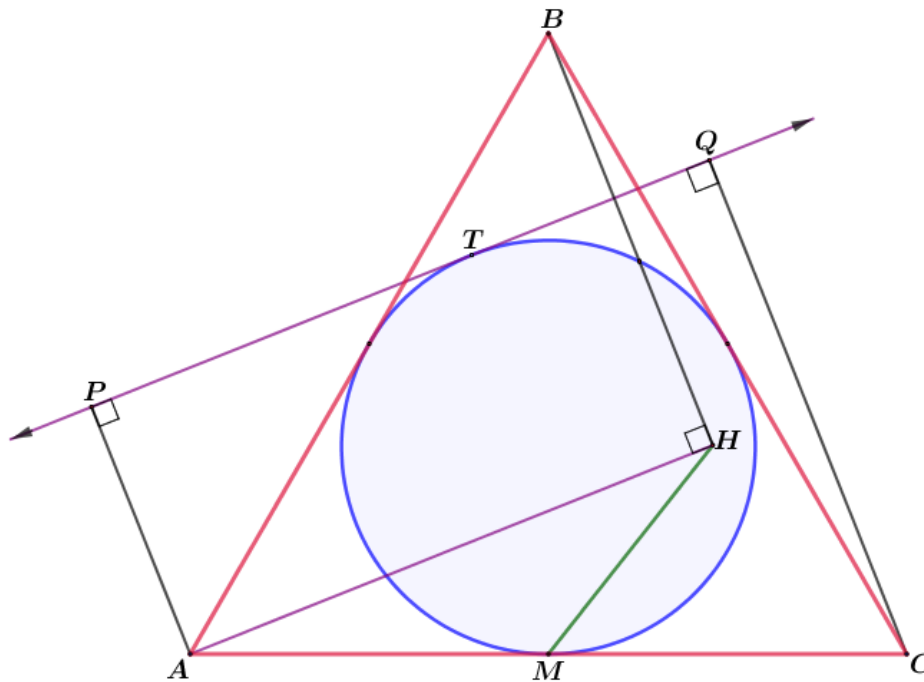
En un triángulo ABC , en $\overline{BC}$ y en la prolongación de $\overline{AC}$ se ubican los puntos M y P respectivamente, tal que $BM=MC$, $AB=MP$, $m\angle BCA = 60^\circ$ y $m\angle BAC = m\angle CMP$, Calcule:

$$\frac{AC}{PC}$$

A) $\frac{3}{2}$	B) $\frac{9}{4}$	C) 1	D) 2	E) $\frac{4}{3}$
------------------	------------------	------	------	------------------

Problema 2

En el gráfico se muestra la circunferencia inscrita en el triángulo equilátero ABC , si T es punto de tangencia, $\overline{BH} \parallel \overline{PA}$, $CQ = b$ y $AP=a$ ($b > a$), calcule MH



A) $b - a$	B) $\frac{b-a}{2}$	C) $\left(\frac{b-a}{2}\right)\sqrt{3}$	D) $\left(\frac{b+a}{2}\right)\sqrt{3}$	E) $\frac{b+a}{2}$
------------	--------------------	---	---	--------------------

Problema 3

Sea las circunferencias w_1 y w_2 secantes en P y Q , de radios " a " y " b " respectivamente y distancia de centros " c ", en w_1 se ubica el punto A las prolongaciones de $\overline{AP}$ y $\overline{AQ}$ cortan a la circunferencia w_2 en B y C . Calcule el circunradio del triángulo ABC .

A) $a + b + c$	B) $a + b$	C) $c\sqrt{3}$	D) c	E) $c\sqrt{2}$
----------------	------------	----------------	--------	----------------

Problema 4

Sea el triángulo ABC , $AB=4$, $BC=6$ y $AC=5$, se ubica M en AC , tal que $m\angle ABM = 2m\angle MBC$. Calcule $m\angle AMB$

A) 30°	B) 36°	C) 45°	D) 60°	E) 72°
---------------	---------------	---------------	---------------	---------------

Problema 5

En un triángulo acutángulo ABC de incentro I , inradio r y circunradio R , si $AB + BC = 2AC$, calcule BI

A) $\frac{R+r}{3}$	B) $\frac{R+r}{2}$	C) $\sqrt{Rr}$	D) $\sqrt{2Rr}$	E) $\sqrt{R^2 + r^2}$
--------------------	--------------------	----------------	-----------------	-----------------------

Problema 6

En un triángulo ABC P es un punto interior tal que $m\angle APC = 90^\circ$, $m\angle ACP = m\angle ABP$ y $m\angle BAP = m\angle PBC$. Calcule: $\frac{BC}{PC}$

A) 2	B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$	C) $\sqrt{3}$	D) $\sqrt{2}$	E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
------	-------------------------	---------------	---------------	-------------------------

Problema 7

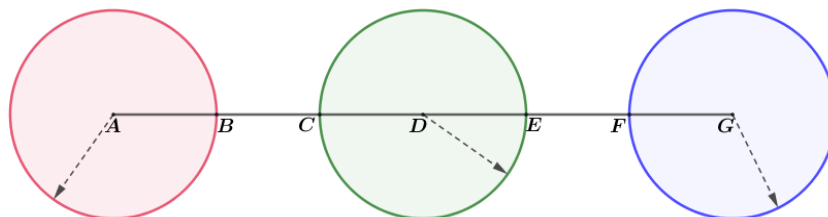
Sea el tetraedro $P-ABC$, cuyo volumen es V_x , sean G_1, G_2 y G_3 los baricentros de las caras APB, BPC y APC , si V_y es el volumen de la pirámide $P-G_1G_2G_3$. Calcule:

$$\frac{V_x}{V_y}$$

A) 13,5	B) 27	C) 12,5	D) 14	E) 21
---------	-------	---------	-------	-------

Problema 8

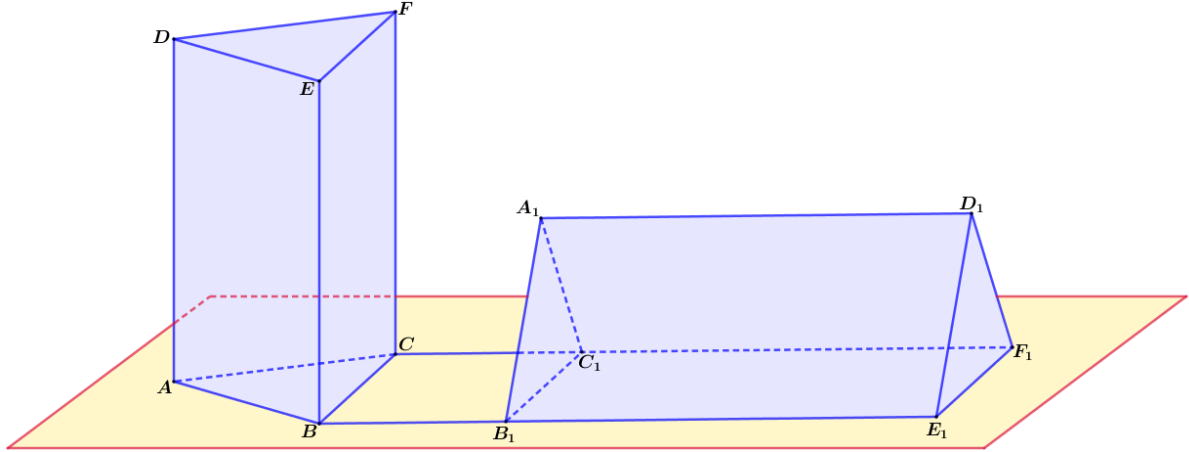
En el gráfico, $AB = BC = CD = EF = FG = 2$, calcule el radio de la mayor circunferencia tangente a las tres circunferencias mostradas



A) 9	B) 8	C) $4\sqrt{2}$	D) $5\sqrt{2}$	E) $6\sqrt{2}$
------	------	----------------	----------------	----------------

Problema 9

En el gráfico, se muestra dos prismas rectos congruentes $ABC - DEF$ y $A_1B_1C_1 - D_1E_1F_1$ en ese orden, si $AB = AC = 5$, $BC = 6$ y $AD = 12$. Calcule el volumen de la intersección del prisma $ABC-DEF$ y un prisma suficientemente grande que contiene a las aristas laterales del prisma $A_1B_1C_1 - D_1E_1F_1$



A) 12	B) 16	C) 30	D) 32	E) 18
-------	-------	-------	-------	-------

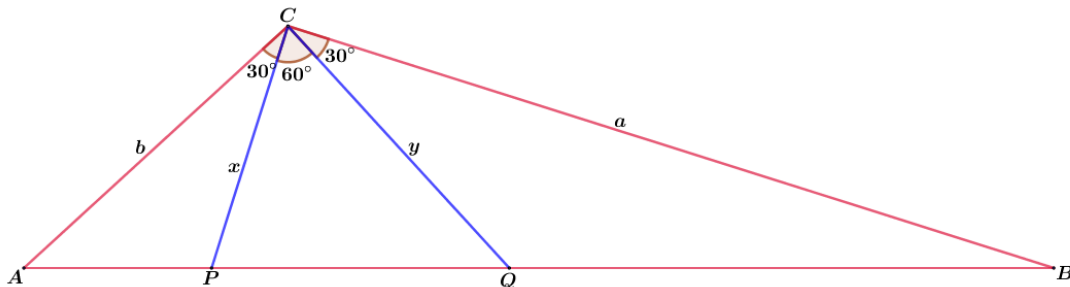
Problema 10

Sea el trapecio $ABCD$ de bases $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$ inscrito en una circunferencia, si $m\angle CAD = 60^\circ$ y $AC=10$, calcule la distancia entre los puntos medios de las flechas relativas a los lados laterales del trapecio.

A) 10	B) 5	C) $5\sqrt{3}$	D) $7,5\sqrt{3}$	E) 7,5
-------	------	----------------	------------------	--------

Problema 11

En el gráfico, se cumple: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 4\sqrt{3}$. Calcule: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$



A) $4\sqrt{3}$	B) 6	C) $8\sqrt{3}$	D) 12	E) 18
----------------	------	----------------	-------	-------

Problema 12

Sea ABC un triángulo acutángulo con circuncentro O . Sean D y E puntos en los lados BC y CA respectivamente. La recta DE corta al rayo AB más allá de B en F . Si $OE = OD$ y $AE = 3BD$, determine el valor de:

$$\frac{AB}{BF}$$

A) $4\sqrt{2}$	B) 8	C) $4\sqrt{3}$	D) 4,5	E) 9
----------------	------	----------------	--------	------

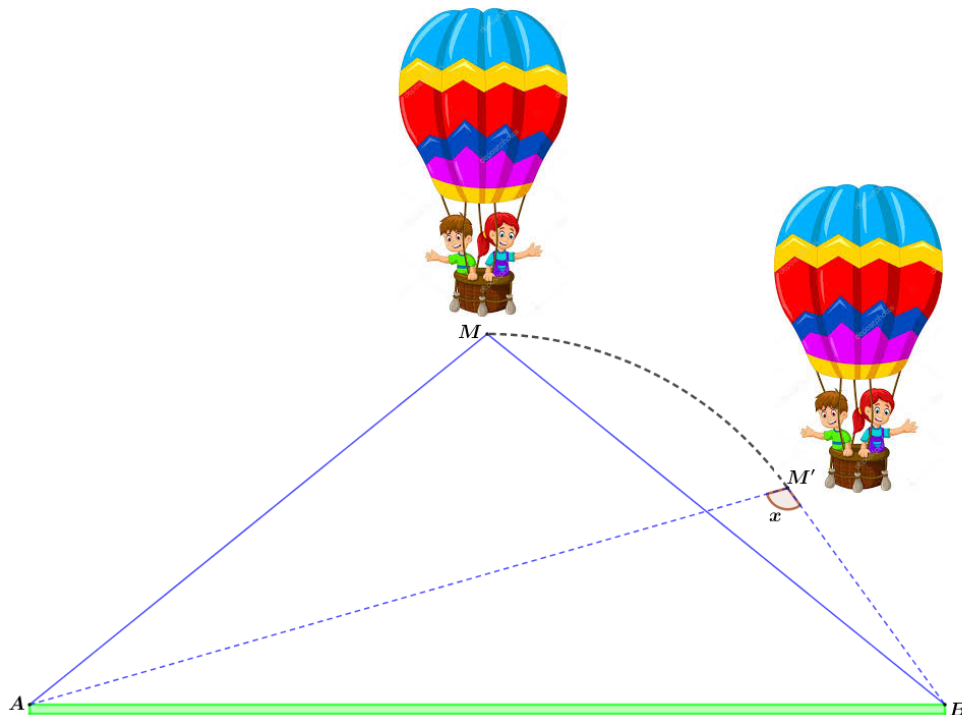
Problema 13

En un triángulo ABC ($AB < BC$) de excentro E relativo a $\overline{BC}$. Por E se traza una recta que interseca a $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ en los puntos P y Q tal que $APQC$ es un cuadrilátero inscriptible. Si $AP=a$ y $QC=b$, entonces la longitud de $\overline{PQ}$ es:

A) $\sqrt{ab}$	B) $\sqrt{a^2 + b^2}$	C) $\frac{ab}{a+b}$	D) $b - a$	E) $\sqrt{b^2 - a^2}$
----------------	-----------------------	---------------------	------------	-----------------------

Problema 14

En el gráfico, se observa a dos niños Thiago y Emma en un globo aerostático, inicialmente en M y atados en A y B , si $AM = MB = 40u$ y $AB = 70u$, por efecto del aire, el globo se ubica ahora en M' , si $BM' = 30u$. Calcule x



A) 90°	B) 106°	C) 108°	D) 120°	E) 150°
---------------	----------------	----------------	----------------	----------------

Problema 15

Sea ABC un triángulo equilátero y P un punto en el lado BC . Sea X el pie de la perpendicular trazada desde B hacia $\overline{AP}$. Si O es el centro del triángulo equilátero ABC . Calcular el valor de: $\frac{OX}{XC}$

A) $\frac{\sqrt{2}}{3}$	B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$	C) 1	D) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$	E) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$
-------------------------	-------------------------	------	---------------------------	---------------------------

Problema 16

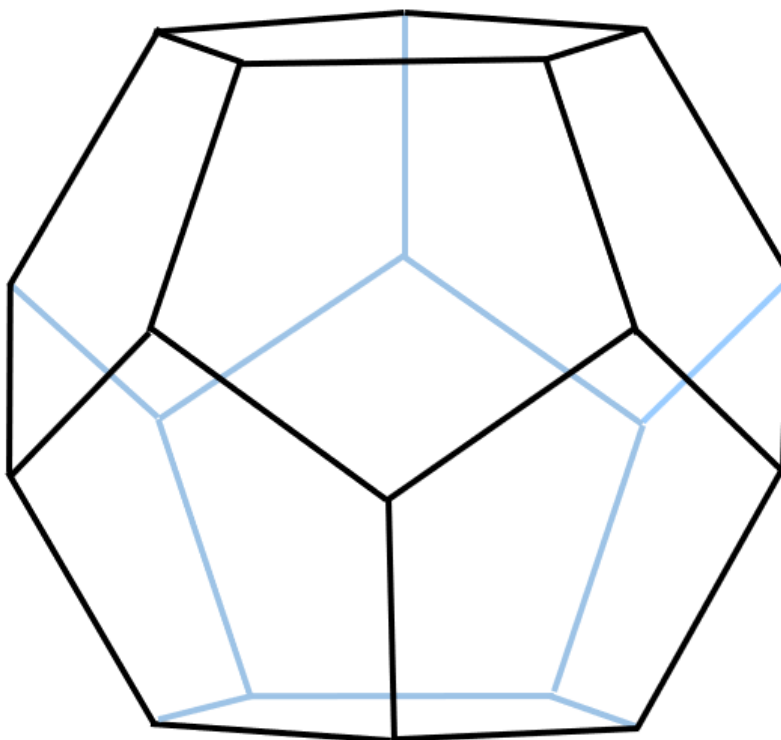
Sea $ABCD$ ($\overline{BC} \parallel \overline{AD}$) un trapecio donde $AB = 3$, $BC = 7$, $CD = 5$ y $DA = 12$. Se ubican dos puntos X e Y de tal manera que $m\angle AXB = m\angle CYD = 90^\circ$. Hallar el mínimo valor de $8(XY)^2$

Respuesta:

.....

Pregunta 17

En el dodecaedro regular mostrado tomando algunos de sus vértices tales que sean también vértices de un hexaedro regular (cubo). Indique cuantos cubos se pueden trazar tal que se cumpla la condición mencionada



Respuesta:

.....

Problema 18

Sean A y B las intersecciones de dos circunferencias Γ_1 y Γ_2 . Sean C y D puntos en Γ_1 y Γ_2 , respectivamente, de modo que $AC = AD = AB$. Sean E y F puntos en Γ_1 y Γ_2 , tales que $m\angle ABE = m\angle ABF = 90^\circ$. Sean K_1 y K_2 circunferencias con centros E y F , y radios EC y FD , respectivamente. Sea T un punto en la recta AB , pero fuera del segmento, con $T \neq A$ y $T \neq A'$, donde A' es el punto simétrico a A con respecto a B . Sea X el punto de tangencia de una tangente a K_1 que pasa por T , tal que hay dos puntos de intersección de la línea TX con K_2 . Sean Y y Z dichos puntos, además $XY = 4$ y $YZ = 5$. Si se puede expresar la medida del segmento XT como $\frac{m}{n}$, donde m y n son enteros positivos coprimos. Calcule $m + n$.

Respuesta:

.....

Pregunta 19

Sean ABP , BCQ , CAR tres triángulos no superpuestos contruidos fuera del triángulo acutángulo ABC . Sea M el punto medio del segmento AP . Dado que $m\angle PAB = m\angle CQB = 45^\circ$, $m\angle ABP = m\angle QBC = 75^\circ$, $m\angle RAC = 105^\circ$ y $RQ^2 = 6CM^2$, calcula:

$$\frac{AC^2}{AR^2}$$

Respuesta:

.....

Pregunta 20

Sean $ABCD$ un rectángulo y P un punto en el lado AD . Se sabe que los inradios de los triángulos ABP , CDP y BCP son 2, 3 y 4, respectivamente. Determine el perímetro del rectángulo $ABCD$.

Respuesta:

.....