

LISTA DE PROBLEMAS

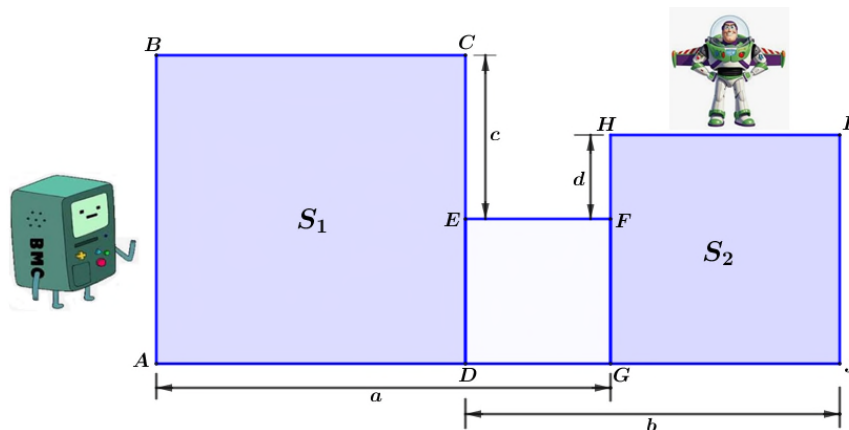
Problema 1

Sea el triángulo rectángulo ABC recto en A inscrito en una circunferencia W , se ubica D en W tal que $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, E es un punto en la recta BC , tal que $\overline{AE}$ es tangente a W , si $m\angle ACB = 22,5^\circ$, calcule la razón de áreas de las regiones ABC y ADE .

A) 1	B) $\sqrt{2}$	C) $2\sqrt{2}$	D) 2	E) $\sqrt{3}$
------	---------------	----------------	------	---------------

Problema 2

En el gráfico, se muestran tres regiones cuadrados, S_1 y S_2 son los valores de las áreas de las regiones, calcule $S_1 - S_2$



A) $ac - bd$	B) $ab - cd$	C) $\sqrt{abcd}$	D) $ac + bd$	E) $ab + cd$
--------------	--------------	------------------	--------------	--------------

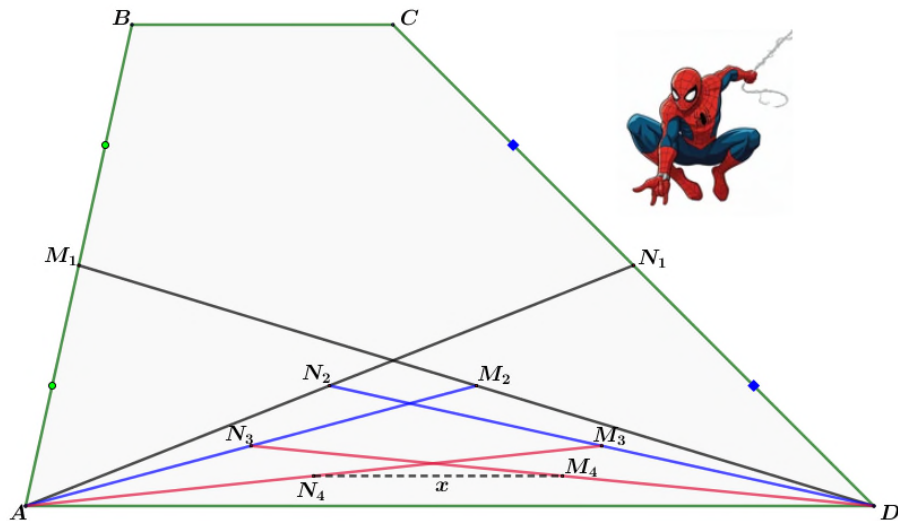
Problema 3

En un triángulo rectángulo ABC (recto en B), se ubica el punto D en la bisectriz exterior trazada desde A , si la suma de distancias de D hacia las rectas AC y BC es $20u$, calcule el menor valor entero de DB

A) 10	B) 12	C) 15	D) 16	E) 20
-------	-------	-------	-------	-------

Problema 4

En el gráfico, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, M_1, M_2, M_3, M_4 son puntos medios de los segmentos AB, DM_1, DN_2, DN_3 respectivamente, también N_1, N_2, N_3, N_4 son puntos medios de los segmentos CD, AN_1, AM_2, AM_3 respectivamente. Si $AD > BC$, AD y BC son enteros y x es el menor valor entero. Calcule $(AD)(BC)$



A) 21	B) 18	C) 24	D) 20	E) 15
-------	-------	-------	-------	-------

Problema 5

Sea el triángulo ABC , se trazan exteriormente los triángulos equiláteros ABE y BCH , si M, N y L son baricentros de los triángulos ABE, ABC y BCH respectivamente. Calcule $m\angle MNL$

A) 90°	B) 105°	C) 106°	D) 120°	E) 135°
---------------	----------------	----------------	----------------	----------------

Problema 6

En el triángulo ABC se trazan las cevianas interiores $\overline{CD}$ y $\overline{AE}$ secantes en F , de modo que los triángulos ACD y ACE son isoperimétricos. Luego el cuadrilátero $BDFE$ es:

A) Paralelogramo	B) Inscriptible	C) Circunscriptible	D) Rombo	E) Bicéntrico
------------------	-----------------	---------------------	----------	---------------

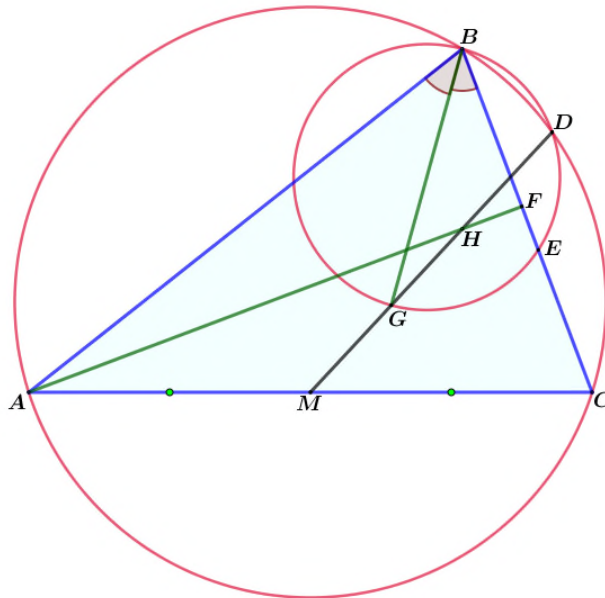
Problema 7

Sea el triángulo ABC con ortocentro H y un punto P de su circunferencia circunscrita. Si D es el simétrico de P respecto de la recta AB , las rectas DH y AC se cortan en E y $m\angle PEC = \theta$, calcule $m\angle DEA$.

A) θ	B) 2θ	C) $90^\circ - \theta$	D) $\frac{3\theta}{2}$	E) $90^\circ - \frac{\theta}{2}$
-------------	--------------	------------------------	------------------------	----------------------------------

Problema 8

Sea el triángulo acutángulo ABC de ortocentro H , M es punto medio de $\overline{AC}$, la prolongación de $\overline{MH}$ corta a la circunferencia circunscrita de ABC en D y la bisectriz del ángulo ABC corta a $\overline{MD}$ en G . La circunferencia circunscrita a BDG corta a $\overline{BC}$ por segunda vez en E . La prolongación de $\overline{AH}$ corta a $\overline{BC}$ en F . Si $\frac{BG}{BE} = \frac{5}{4}$ y $FE = 21$ u. Calcule FC



A) 54	B) 63	C) 84	D) 96	E) 75
-------	-------	-------	-------	-------

Problema 9

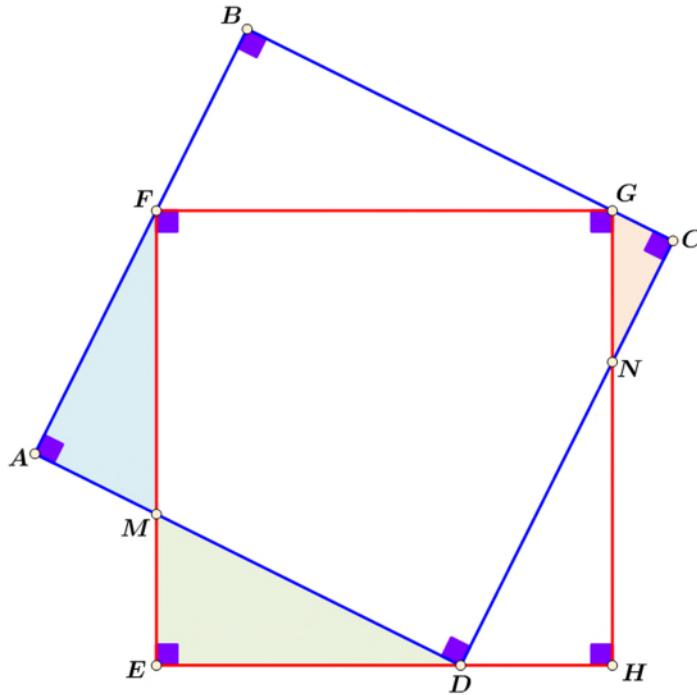
Se tiene una pirámide cuadrangular regular $Q-ABCD$, con centro O de su base, R es la proyección ortogonal de O sobre $\overline{QD}$ y S es la proyección ortogonal de O sobre $\overline{QM}$ (M punto medio de $\overline{DC}$). Además $\frac{RS}{DS} = \frac{3}{5}$. Calcule la medida del ángulo diedro determinado por una cara lateral y la base

A) 30°	B) 37°	C) 45°	D) 53°	E) 60°
---------------	---------------	---------------	---------------	---------------

Problema 10

En el grafico se muestran dos cuadrados (No necesariamente congruentes).

$$\text{Si } S_{\triangle MED} = 18u^2, S_{\triangle GCN} = 8u^2 \text{ Hallar: } S_{\triangle MAF} \text{ (en } u^2 \text{)}$$



A) 10	B) 11	C) 12	D) 13	E) 14
-------	-------	-------	-------	-------

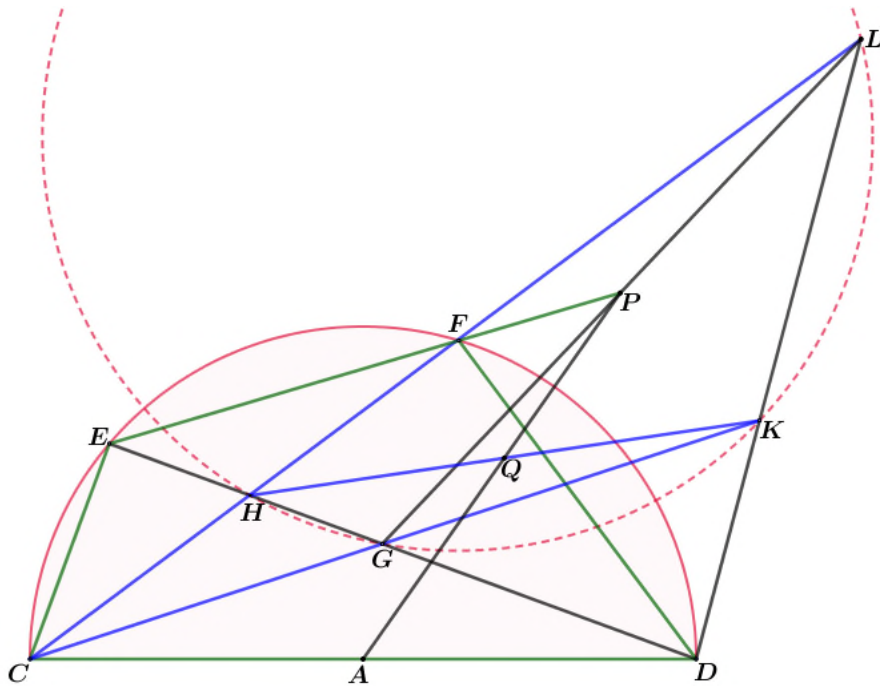
Pregunta 11

En un triángulo ABC de incentro I , se ubica D sobre BC y E sobre la prolongación de BC tal que $\frac{BD}{DC} = \frac{BE}{EC}$. Sea H el pie de la perpendicular trazada desde D a la recta IE . Si $m\angle IDE - m\angle IHA = \theta$, calcule la $m\angle AHE$

A) $90^\circ + \frac{\theta}{2}$	B) $90^\circ - \frac{\theta}{2}$	C) 90°	D) 120°	E) $90^\circ - \theta$
----------------------------------	----------------------------------	---------------	----------------	------------------------

Problema 12

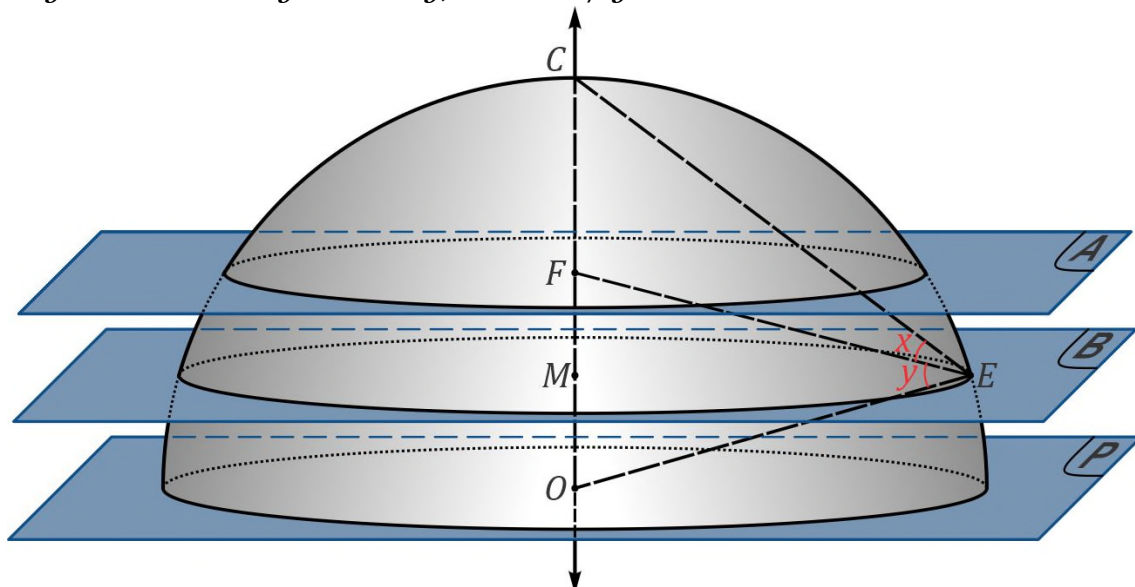
En el gráfico, $\overline{CD}$ es el diámetro de una semicircunferencia de centro A . Sean E y F son dos puntos que pertenecen a esta semicircunferencia. $\overline{DE} \cap \overline{CF} = \{H\}$, G es un punto en $\overline{DE}$ diferente de H , K un punto en la prolongación de $\overline{CG}$ y L es el punto de intersección de las rectas CF y DK de tal manera que H, G, K y L sean concíclicos. La prolongación de $\overline{EF}$ interseca a $\overline{GL}$ en P , además $\overline{AP}$ interseca a $\overline{HK}$ en Q . Calcule HQ , si $HK = 7u$ y $CD = 9u$



A) 3,5	B) 4	C) 4,5	D) 6	E) $2\sqrt{3}$
--------	------	--------	------	----------------

Problema 13

Sea una semiesfera de centro O apoyada sobre su círculo máximo en el plano P . Un plano A paralelo a P divide la semiesfera en dos volúmenes iguales y corta a la superficie en una circunferencia de centro F , sobre el eje perpendicular OF . Sea M el punto medio de OF , y B el plano paralelo a P que pasa por M , se considera un punto E cualquiera en la circunferencia de intersección de la superficie de la semiesfera con el plano B . Finalmente, C es el punto de la recta OF en la superficie de la semiesfera (polo superior). Si los ángulos $\angle CEF = x$ y $\angle FEO = y$, calcule x / y

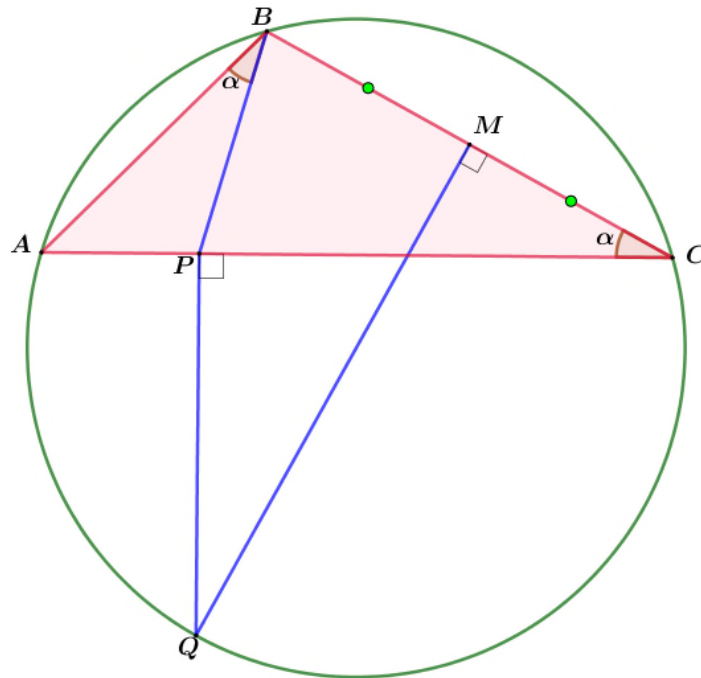


A) $1/2$	B) 1	C) $4/5$	D) $2/3$	E) $3/2$
----------	--------	----------	----------	----------

Problema 14

En el gráfico, $BM=MC$, calcule:

$$\frac{PC}{AP}$$



A) 2	B) 3	C) $2\sqrt{2}$	D) $2\sqrt{3}$	E) 4
------	------	----------------	----------------	------

Problema 15

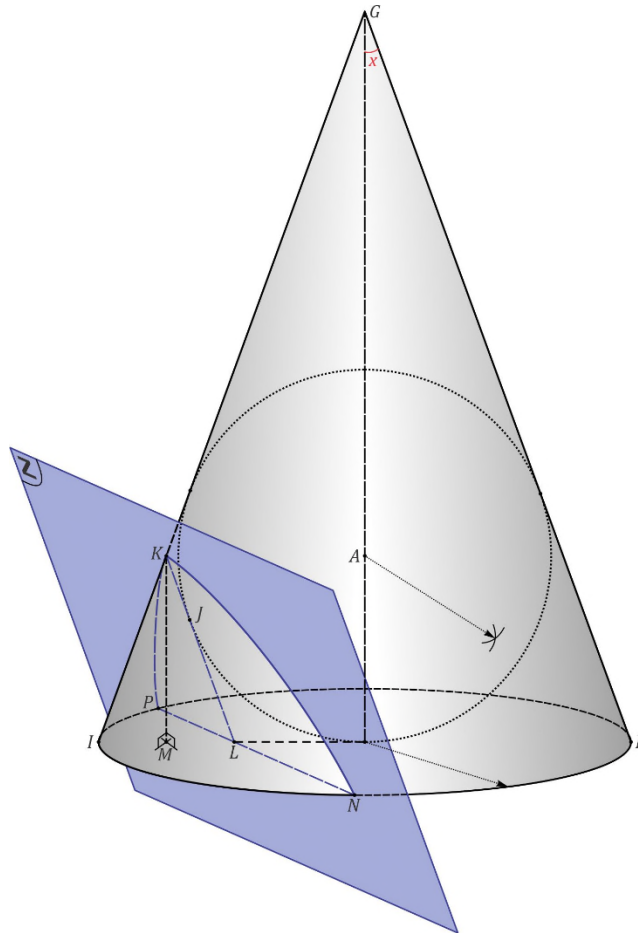
Sea ABC un triángulo agudo no equilátero con $\angle BAC = 60^\circ$. La recta de Euler del triángulo ABC cruza la recta BC en el punto X de modo que B se encuentra entre X y C . Indique la relación correcta:

A) $XA^2 = XB^2 + XB \cdot XC + XC^2$	B) $XA^2 = XB^2 - XB \cdot XC + XC^2$	C) $XA^2 = XB^2 + XC^2$
---------------------------------------	---------------------------------------	-------------------------

D) $XA = XC - XB$	E) $3XA^2 = XB^2 + XB \cdot XC + XC^2$
-------------------	--

Problema 16

Un cono circular recto tiene como vértice el punto G , se inscribe una esfera de centro A . Sea un punto R en la circunferencia de la base del cono y Z un plano tangente a la esfera inscrita en el punto J y paralelo a la recta GR . I es el punto en la circunferencia de la base diametralmente opuesta a R , el plano Z interseca a la recta GI en K y a la circunferencia de la base en P y N . La proyección ortogonal de K sobre el plano de la base del cono es M . Si $KM=9,8$ u $KJ=10$ u $PN=56$ u. Calcule la medida del ángulo AGR .



Respuesta:

.....

Problema 17

Se dispone de la cantidad exacta de material perfectamente moldeable para construir tres pirámides de base cuadrada, cuyas alturas son iguales al lado de sus respectivas bases, de longitudes a , b y c . Si se desea reutilizar todo o parte del material empleado para alguna de las siguientes opciones, sin agregar más. Indique V si la(s) figura(s) puede ser moldeada con el mismo material disponible y F si no es posible.

- I. Un paralelepípedo recto de aristas a, b, c .
- II. Tres cubos, cada uno de arista $2a/3, 2b/3, 2c/3$.
- III. Un cubo cuya arista equivale a la media aritmética de a, b y c .
- IV. Una esfera cuyo diámetro equivale al promedio geométrico de a, b y c .

Respuesta:

.....

Problema 18

Sean $ABCDE$ y $ABGF$ polígonos regulares cuyas regiones interiores no se intersecan, en $\overline{GD}$ se ubica Q de tal manera que $BQ + QC$ es mínimo. Calcule la medida del ángulo BQC

Respuesta:

.....

Pregunta 19

Se tiene un triángulo ABC recto en A , $AB = 3$ y $AC = 4$. Sea P un punto interior del triángulo, entonces el menor valor entero que puede tomar $5PA + 4PB + 3PC$ es:

Respuesta:

.....

Pregunta 20

En un triángulo acutángulo ABC con $AC > AB$, sea Ω su circunferencia circunscrita y O su centro. La tangente por A en Ω interseca a BC en D . La recta DO interseca a AB y AC en E y F respectivamente. Se ubica K en BC tal que $\overline{AC} \parallel \overline{KE}$ y H en BC tal que $\overline{AB} \parallel \overline{HF}$. Sea A' el punto simétrico de A respecto de DO . Si $m\widehat{BAC} = 244^\circ$. Si $\frac{m\angle BA'K}{m\angle KA'H}$ se puede expresar como $\frac{m}{n}$, donde m y n son coprimos, entonces $n - m$ es

Respuesta:

.....